




МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДФУ)

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

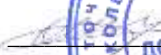
«СОГЛАСОВАНО»

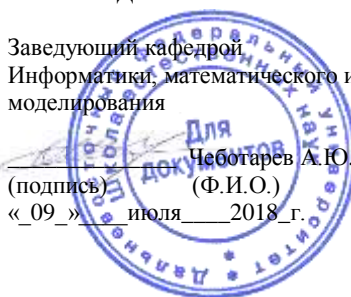
Руководитель ОП  
«Вычислительная математика»

 Алексеев Г.В.  
(подпись) (Ф.И.О.)  
« 09 » \_\_\_\_\_ июля \_\_\_\_\_ 2018 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой  
Информатики, математического и компьютерного  
моделирования

 Чеботарев А.Ю.  
(подпись) (Ф.И.О.)  
« 09 » \_\_\_\_\_ июля \_\_\_\_\_ 2018 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Теория катастроф**

Направление подготовки *02.06.01 Компьютерные и информационные науки*

Профиль «*Вычислительная математика*»

Форма подготовки (очная)

курс 2 семестр 4

лекции 9 час.

практические занятия 9 час.

лабораторные работы не предусмотрены.

с использованием МАО лек. \_\_\_\_ / пр. \_\_\_\_ час.

всего часов контактной работы 18 час.

в том числе с использованием МАО \_\_\_\_ час., в электронной форме \_\_\_\_ час.

самостоятельная работа 90 час.

курсовая работа / курсовой проект нет семестр

зачет 4 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 30.07.2014 № 864

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информатики, математического и компьютерного моделирования ШЕН ДВФУ, протокол № 18 от «09» июля 2018 г.


Заведующий кафедрой информатики, математического и компьютерного моделирования  
Чеботарев А.Ю.

Составитель: д.ф.-м.н., профессор кафедры информатики, математического и компьютерного моделирования Алексеев Г.В.

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры**

Протокол от «11» июня 2019 г. № 11

Заведующий кафедрой /директор академического департамента

  
\_\_\_\_\_

(подпись)

Чеботарев А.Ю.

(И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры**

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой информатики, математического и компьютерного моделирования

\_\_\_\_\_

(подпись)

Чеботарев А.Ю.

(И.О. Фамилия)

## **Аннотация рабочей программы учебной дисциплины «Теория катастроф»**

Дисциплина «Теория катастроф» предназначена для аспирантов, обучающихся по образовательной программе направления подготовки – 02.06.01 Компьютерные и информационные науки, профиль «Вычислительная математика», форма подготовки очная и входит в вариативную часть, дисциплины по выбору учебного плана: Б1.В.ДВ

Трудоемкость – 3 з.е. (108 часов). Дисциплина включает в себя 9 часов лекций, 9 часов практических занятий и 90 часов самостоятельной работы. Обучение осуществляется в 4 семестре. Формы промежуточной аттестации: зачет (4 семестр).

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом министерства образования и науки РФ от 30 июля 2014 года № 864 и учебным планом подготовки аспирантов по профилю «Вычислительная математика».

**Целью** дисциплины является изучение основ и базовых инструментов продвинутого и важного для приложений раздела современной математики, исследующего особенности дифференцируемых отображений в конечномерных пространствах и известного также как "Теория катастроф". Знакомство с методами анализа прикладных моделей и задач, в которых скачкообразные «катастрофические» изменения и бифуркации фазовых состояний происходят регулярно и типичным образом.

**Задачи** дисциплины:

В результате освоения учебной дисциплины обучающиеся должны знать необходимый математический аппарат теории катастроф (особенностей дифференцируемых отображений); основные методы качественного и количественного исследования бифуркаций в дискретных и гладких моделях; базовые прикладные нелинейные модели с "катастрофической" динамикой; в результате освоения учебной дисциплины аспиранты должны уметь классифицировать модели с параметрами по типу потенциальных катастроф; рассчитывать количественные характеристики канонических катастроф в конкретных моделях; ставить и решать типичные задачи в прикладных моделях с катастрофами; моделировать простейшие природные и социально-экономические процессы с разрывной динамикой методами теории катастроф.

Для успешного изучения дисциплины «Теория катастроф» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции:

- способностью к абстрактному мышлению, анализу и синтезу
- способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках
- готовностью к саморазвитию, самореализацию, использованию творческого потенциала

В результате изучения дисциплины у аспирантов формируются следующие универсальные, общепрофессиональные и профессиональные компетенции:

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1 Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Знает	современные методы исследования в области вычислительной математики и информационно-коммуникационные технологии
	Умеет	при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений
	Владеет	Способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий
ПК-1 Способность разрабатывать численные модели для решения научных проблем и задач	Знает	теоретические основы численного моделирования, численные методы решения задач математической физики
	Умеет	анализировать математические модели
	Владеет	Способностью разрабатывать численные модели для решения научных проблем и задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности численных алгоритмов для решения задач математической физики	Знает	методы, используемые для анализа корректности численных алгоритмов для решения задач математической физики
	Умеет	создавать и анализировать численные математические модели, разрабатывать численные методы и алгоритмы решения задач математической физики
	Владеет	Способностью углубленного анализа проблем корректности численных алгоритмов для решения задач математической физики
ПК-3 Способность к анализу задач математической физики, построению и исследованию соответствующих математических моделей	Знает	теоретические основы и методы, используемые для анализа задач математической физики, построения и исследования соответствующих математических моделей
	Умеет	анализировать задачи математической физики, разрабатывать и исследовать соответствующие математические модели
	Владеет	Способностью к анализу задач математической физики, построению и исследованию соответствующих математических моделей

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Теория катастроф» применяются следующие методы активного / интерактивного обучения: мини-лекции с актуализацией изучаемого

содержания, презентации с использованием доски, книг, видео, слайдов, компьютеров и т.п., с последующим обсуждением материалов, обратную связь с формированием общего представления об уровне владения знаниями аспирантов, актуальными для занятия, разминки с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания), коллективные решения творческих задач, которые требуют от аспирантов не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат большой или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов, работу в малых группах (дает всем аспирантам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

## **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

**(9 час., в том числе 0 час. с использованием методов активного обучения)**

### **РАЗДЕЛ 1. Введение, основная терминология и математические основы теории катастроф (3 час).**

**Тема 1.** Краткое историческое введение в теорию катастроф. Элементы новой терминологии. Локальные диффеоморфизмы и теорема об обратной функции. Ранг и вырожденность отображений. Особые точки дифференцируемых отображений в конечномерных пространствах **(1 час.)**.

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - презентации с использованием доски и компьютера с последующим обсуждением материалов.

**Тема 2.** Регулярные и критические значения функций. Понятие гладкого конечномерного подмногообразия. Формулировки теорем об обратных и неявных функциях. Теорема Сарда о множестве нерегулярных значений. Касательные вектора, отображения и пространства **(1 час.)**.

**Тема 3.** Машина катастроф Постона - модель параболической качалки. Исследование модели качалки, построение поверхности катастрофы и её бифуркационного множества в пространстве параметров управления. Модели физического процесса "Качалки". Машина катастроф Зимана, описание и исследование модели вблизи особенностей, использование усечённого ряда Тейлора. Построение бифуркационной полукубической параболы. Гистерезисы в схемах катастроф, пример модели "пила". **(1 час.)**.

### **РАЗДЕЛ 2. Версальные деформации функций и классификация основных катастроф (3 час).**

**Тема 1.** Эквивалентность и структурная устойчивость функций и их параметрических семейств. Типичность особенностей и вырожденностей в семействах. Смысл и примеры структурной неустойчивости. Геометрия структурных неустойчивостей **(1 час.)**.

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания.

**Тема 2.** Классическая лемма Морса об эквивалентности функции в окрестности невырожденной особой точки квадратичной форме. Леммы Морса о расщеплении вырожденных функций и приведении их к канонической форме. Алгоритм расщепления функций и семейств в особой точке, вырожденности, примеры.  $K$ -определённость функций в одномерном случае. Пространства  $K$ -струй; орбиты действия групп Ли преобразований струй; касательные пространства. Примеры в двумерном случае. Геометрические интерпретации орбит. Инфинитиземальные преобразования струй, алгебраические формулы преобразований. Конечная определенность функции в точке (1 час.).

**Тема 3.** Геометрия конечной определенности в основных пространствах  $K$ -струй. Теоремы о сильной и обычной определенности. Градиентный идеал, формулы и вычисления. Прием Сирсмы определения  $K$ -определённости для функций двух переменных. Необходимые и достаточные условия для сильной и обычной определенности. Примеры (1 час.).

### **РАЗДЕЛ 3. Версальные деформации функций и классификация основных катастроф (3 час.)**

**Тема 1.** Коразмерность и деформации. Версальные и универсальные деформации. Деформации и типы катастроф. Трансверсальность подпространств и подмногообразий. Роль трансверсальности в построении универсальной деформации. Теоремы и методы построения универсальных деформаций (метод Сирсмы, линейка Ньютона). Классификация катастроф, теорема Тома. Каспоидные и омбилические катастрофы. Флаги свойства катастроф (1 час.).

**Тема 2.** Канонические модели и геометрия каспоидных катастроф, многообразия и отображения катастрофы, бифуркационное и особое множества. Различные карты катастроф, карты в пространстве струй. Анализ катастрофы "сборка" Уитни. Каноническая модель, геометрия многообразия, построение бифуркационного и особого множеств в катастрофах «ласточкин хвост» и «бабочка». Расчёты уравнений в различных картах. Визуализация основных множеств катастроф и их проекций. (1 час.).

**Тема 3.** Примеры построения и анализа классических моделей природных, биологических и социальных процессов с катастрофическими явлениями. Модель каустики на поверхности сосуда с жидкостью. Моделирование эффекта радуги. Скачки численности численность биологических сообществ. Спекулятивные модели социального поведения и психологических состояний индивида в обществе (1 час.).

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения – «обратную связь» с формированием общего представления об уровне владения знаниями аспирантов, актуальными для занятия.

*Интерактивная форма 2 часа.*

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

**Практические занятия (9 час.). Все практические занятия  
проводятся в интерактивной форме**

**Занятие 1. Исследование особенностей дифференцируемых отображений в конечномерных евклидовых пространствах (1 час.)**

1. Вычисление множества особых точек дифференцируемых отображений.
2. Вычисление множества критических значений дифференцируемых отображений.
3. Вычисление множества вырожденных критических точек дифференцируемых отображений.

Занятие проводится в интерактивной форме разминки с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания).

**Занятие 2. Анализ простых подмногообразий на плоскости и в  $R^3$  (1 час.)**

1. Построение и исследование гладких параметризованных кривых в  $R^2$  и  $R^3$ .
2. Анализ простых параметризованных подмногообразий в  $R^3$ .
3. Знакомство с касательными векторами и пространствами гладких подмногообразий.

**Занятие 3. Аналитические и численные эксперименты в модели "машина катастроф" Постона (параболическая качалка) (1 час.)**

1. Вывод параметрической функции потенциальной энергии системы "качалка".
2. Вывод уравнения поверхности катастрофы и её построение аналитически и численно.
3. Построение бифуркационного множества модели "качалка".

**Занятие 4. Расчёты показателей в модели "машина катастроф" Зимана. Аналоговая реализация "машины". (1 час.)**

1. Демонстрация аналоговой (физической) реализации "машины катастроф" Зимана.
2. Вывод показателей функции потенциальной энергии "машины катастроф" Зимана.
3. Замены переменных и аппроксимация рядами Тейлора в расчётах бифуркационного множества модели.

Занятие проводится в интерактивной форме - коллективное решение творческой задачи, которое требует от аспирантов не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат большой или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов.

**Занятие 5. Исследование эквивалентности и структурной устойчивости функций и их семейств. (1 час.)**

1. Исследование локальной эквивалентности функций. Реализация гладких локальных замен координат.

2. Исследование функции на локальную структурную устойчивость. Примеры структурной неустойчивости.

3. Анализ геометрических показателей структурной неустойчивости функций и их семейств.

**Занятие 6. Расщепление гладких функций в  $\mathbb{R}^n$  в окрестности вырожденных критических точек с использованием лемм Морса (1 час.)**

1. Приведение гладких функций в окрестности невырожденных критических точек к квадратичной форме.

2. Определение степени вырожденности функции в критической точке.

3. Приведение гладких функций в окрестности вырожденных критических точек к расщепленному виду.

**Занятие № 7. Исследование гладких функций в  $\mathbb{R}^n$  на конечную определённую в окрестности вырожденных критических точек (1 час.)**

1. Вычисление градиентного идеала гладкой вырожденной функции в пространстве  $K$ -струй.

2. Применение теорем о сильной и обычной  $K$ -определённости для определения конечной определённости функции в точке.

3. Использование приема Сирсмы определения  $K$ -определённости для функций двух переменных.

4. Использование приема Сирсмы и метода линейки Ньютона для построения универсальных деформаций гладких функций в окрестности критических точек.

**Занятие 8-9. Определение типа катастрофы для данной функции в данной точке. Исследование канонических моделей каспидных катастроф (2 час.)**

1. Определение катастрофы, описываемой данной функцией.

2. Получение уравнений многообразий, отображений, бифуркационного и особого множеств в канонической модели катастрофы "сборка" Уитни.

3. Построение, анализ и компьютерная визуализация бифуркационного множества в канонической модели катастрофы "ласточкин хвост".

4. Компьютерные расчёты "катастрофических" скачков на фазовой траектории при движении в пространстве параметров в модели катастрофы "ласточкин хвост".

Занятие проводится в интерактивной форме работы в малых группах (дает всем аспирантам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).



### III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Теория катастроф» представлено в приложении 1 и включает в себя:

<b>3 семестр</b>					
№ п / п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды, наименование и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Раздел 1. Введение, основная терминология и математические основы теории катастроф	ОПК-1 ПК-1, ПК-2, ПК-3	Знает	УО-1 Собеседование; контрольная работа	Зачет, вопросы 1-14
2	Раздел 2. Версальные деформации функций и классификация основных катастроф	ОПК-1 ПК-1, ПК-5	Знает Умеет Владеет	Собеседование; Контрольная работа	Зачет, вопросы 15-31
3	Раздел 3. Версальные деформации функций и классификация основных катастроф	ОПК-1; ПК-4; УК-1	Умеет Владеет	Собеседование; доклад	Зачет, вопросы 32-48

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

### IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛИ КУРСА

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в приложении 2.

## **V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Основная литература**

1. Арнольд В.И., Варченко А.Н., Гусейн-Заде С.М. Особенности дифференцируемых отображений. - 3-е изд., стереотип. - М.: МЦНМО, 2009. - 672 с.

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:7355&theme=FEFU>

2. Алексеев Ю.К., Сухоруков А.П. Введение в теорию катастроф: Учеб. Пособие. Изд. 2-е доп. - М., Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2009. 184 с.

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:11725&theme=FEFU>

### **Дополнительная литература**

1. Арнольд В.И. Теория катастроф. М.: Наука, 1990, 128 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:246945&theme=FEFU>

2. Брус Дж., Джиблин П. Кривые и особенности: Геометрическое введение в теорию особенностей. М.: Мир, 1988, 262 с.  
[http://lib.dvfu.ru:8080/search/query?match\\_1=MUST&field\\_1=a&term\\_1=%D0%91%D1%80%D1%83%D1%81+%D0%94%D0%B6.&match\\_2=PHRASE&field\\_2=text&match\\_3=SHOULD&field\\_3=text&match\\_4=NOT&field\\_4=text&theme=FEFU](http://lib.dvfu.ru:8080/search/query?match_1=MUST&field_1=a&term_1=%D0%91%D1%80%D1%83%D1%81+%D0%94%D0%B6.&match_2=PHRASE&field_2=text&match_3=SHOULD&field_3=text&match_4=NOT&field_4=text&theme=FEFU)

3. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. М.: Мир, 1984. Т.1; Т.2.  
[http://lib.dvfu.ru:8080/search/query?match\\_1=MUST&field\\_1=a&term\\_1=%D0%93%D0%B8%D0%BB%D0%BC%D0%BE%D1%80+%D0%A0.&match\\_2=PHRASE&field\\_2=text&match\\_3=SHOULD&field\\_3=text&match\\_4=NOT&field\\_4=text&theme=FEFU](http://lib.dvfu.ru:8080/search/query?match_1=MUST&field_1=a&term_1=%D0%93%D0%B8%D0%BB%D0%BC%D0%BE%D1%80+%D0%A0.&match_2=PHRASE&field_2=text&match_3=SHOULD&field_3=text&match_4=NOT&field_4=text&theme=FEFU)

4. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и её приложения. М.: Мир, 1980.

[http://lib.dvfu.ru:8080/search/query?match\\_1=MUST&field\\_1=t&term\\_1=%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F+%D0%BA%D0%B0%D1%82%D0%B0%D1%81%D1%82%D1%80%D0%BE%D1%84+%D0%B8+%D0%B5%D0%B5+%D0%BF%D1%80%D0%B8%D0%BB%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F&match\\_2=PHRASE&field\\_2=text&match\\_3=SHOULD&field\\_3=text&match\\_4=NOT&field\\_4=text&theme=FEFU](http://lib.dvfu.ru:8080/search/query?match_1=MUST&field_1=t&term_1=%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F+%D0%BA%D0%B0%D1%82%D0%B0%D1%81%D1%82%D1%80%D0%BE%D1%84+%D0%B8+%D0%B5%D0%B5+%D0%BF%D1%80%D0%B8%D0%BB%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F&match_2=PHRASE&field_2=text&match_3=SHOULD&field_3=text&match_4=NOT&field_4=text&theme=FEFU)

### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. База данных Scopus <http://www.scopus.com/home.url>
2. База данных Web of Science <http://apps.webofknowledge.com/>
3. База данных полнотекстовых академических журналов Китая <http://oversea.cnki.net/>

4. Электронная библиотека диссертаций Российской государственной библиотеки <http://diss.rsl.ru/>
5. Электронные базы данных EBSCO <http://search.ebscohost.com/>
6. Мир математических уравнений. Книги по математике <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/probability.htm>
7. Математическое моделирование <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/1028588>
8. Журнал «Математическое моделирование» [http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=mm&option\\_lang=rus](http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=mm&option_lang=rus)
9. Математическое моделирование. Как вычислительные методы меняют жизнь <https://postnauka.ru/courses/84608>
10. Математическое моделирование в Matlab <https://matlab.ru/solutions/tech-calc/mathmod>

### Перечень информационных технологий и программного обеспечения

№ п/п	Место расположения компьютерной техники, на которой установлено программное обеспечение, количество рабочих мест	Перечень программного обеспечения
1.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, ауд. D945. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Microsoft Office - лицензия Standard Enrollment № 62820593. Дата окончания 2020-06-30.
2.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, ауд. D549. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Microsoft Office - лицензия Standard Enrollment № 62820593. Дата окончания 2020-06-30. Родительская программа Campus 3 49231495. Торговый посредник: JSC "Softline Trade" Номер заказа торгового посредника: Tr000270647-18. Photoshop CC for teams All Apps ALL Multiple Platforms Multi European Languages Team Licensing Subscription Renewal №ЭА-667-17 от 08.02.2018. 07, Adobe Creative Cloud for teams All Apps ALL Multiple Platforms Multi European Languages Team Licensing Subscription New Контракт №ЭА-667-17 от 08.02.2018. ESET NOD32 Secure Enterprise Контракт №ЭА-091-18 от 24.04.2018. AutoCAD Electrical 2015. Срок действия лицензии 10.09.2020. № договора 110002048940 в личном кабинете Autodesk. +2 Сублицензионное соглашение Blackboard № 2906/1 от 29.06.2012.

### VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина изучается в следующих организационных формах: лекции, практические занятия и самостоятельная работа аспиранта. Аспирант должен планировать график самостоятельной работы по дисциплине и придерживаться его.

Основной формой самостоятельной работы аспиранта является выполнение проекта, а также подготовка докладов для практических занятий.

К практическим занятиям следует готовиться. Для этого необходимо знать программу курса и рекомендованную литературу. Необходимо повторить основные разделы таких курсов, как «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», чтобы осваивать новый материал более эффективно. Аспиранту необходимо активно участвовать в дискуссиях, не бояться задавать вопросы преподавателю и другим участникам.

Контроль за выполнением самостоятельной работы аспиранта производится в виде контроля каждого этапа работы, отраженного в документации, и защиты проекта.

## VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
1.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, ауд. D945. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Мультимедийное оборудование: Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice 50 см черная кайма сверху, размер рабочей области 236x147 см 1 шт; Документ-камера Avervision CP355AF - 1 шт; ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716 CCBA - 1 шт; Мультимедийный проектор Mitsubishi EW330U, 3000 ANSI Lumen, 1280x800 - 1 шт; Сетевая видеочкамера Multipix MP-HD718 - 1 шт.
2.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, ауд. D549. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Компьютерный класс: Моноблок lenovo C360G-i34164G500UDK – 15 шт. Мультимедийное оборудование: Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice 50 см черная кайма сверху, размер рабочей области 236x147 см - 1 шт; Документ-камера Avervision CP355AF - 1 шт; ЖК-панель 47""", Full HD, LG M4716 CCBA - 1 шт; Мультимедийный проектор, Mitsubishi EW330U, 3000 ANSI Lumen, 1280x800, Сетевая видеочкамера Multipix MP-HD718" - 1 шт.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования

**«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДФУ)**

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**по дисциплине «Теория катастроф»**

Направление подготовки *02.06.01 Компьютерные и информационные науки*

Профиль *«Вычислительная математика»*

Форма подготовки (очная)

**Владивосток  
2018**

## План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

### 3 семестр

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Виды СРС	Всего часов	Форма контроля
1.	1-5 неделя обучения	Изучение теоретического материала темы 1 по лекциям, решение задач ПЗ-1	30	Собеседование
2.	6-11 неделя обучения	Изучение теоретического материала темы 2 по лекциям, решение задач ПЗ-2-3	30	Собеседование
3.	12-17 неделя обучения	Изучение теоретического материала темы 3 по лекциям, решение задач ПЗ-4	30	Собеседование
4.		ВСЕГО	90	

### Рекомендации по самостоятельной работе студентов

#### Рекомендации по работе с литературой

Для более эффективного освоения и усвоения материала рекомендуется ознакомиться с теоретическим материалом по той или иной теме до проведения практического занятия. Всю учебную литературу желательно изучать «под конспект».

Цель написания конспекта по дисциплине – сформировать навыки по поиску, отбору, анализу и формулированию учебного материала.

Работу с теоретическим материалом по теме можно проводить по следующей схеме:

- название темы;
- цели и задачи изучения темы;
- основные вопросы темы;
- характеристика основных понятий и определений, необходимых для усвоения данной темы;
- краткие выводы, ориентирующие на определенную совокупность сведений, основных идей, ключевых положений, систему доказательств, которые необходимо усвоить.

При работе над конспектом обязательно выявляются и отмечаются трудные для самостоятельного изучения вопросы, с которыми уместно обратиться к преподавателю при посещении консультаций, либо в индивидуальном порядке.

### Методические указания по подготовке к практическим занятиям

Подготовку к каждому практическому занятию каждый студент должен

начать с изучения теоретического материала и ознакомления с планом, который отражает содержание предложенной темы. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы по теме задания, правильном выполнении лабораторной работы.

В процессе практического занятия студент должен создать требуемый документ с помощью предлагаемого программного средства и выполнить требуемые в задании операции, либо подготовить к дискуссии теоретический материал по предложенной теме.

### **Критерии оценки лабораторных(практических) работ**

– 100-86 - выполнены все задания практической (лабораторной) работы, студент четко и без ошибок ответил на все контрольные вопросы.

– 85-76 - выполнены все задания практической (лабораторной) работы; студент ответил на все контрольные вопросы с замечаниями.

– 75-61 - выполнены все задания практической (лабораторной) работы с замечаниями; студент ответил на все контрольные вопросы с замечаниями.

– 60-50 баллов - студент не выполнил или выполнил неправильно задания практической (лабораторной) работы; студент ответил на контрольные вопросы с ошибками или не ответил на контрольные вопросы.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДВФУ)

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
по дисциплине «Теория катастроф»**

Направление подготовки *02.06.01 Компьютерные и информационные науки*  
Профиль *«Вычислительная математика»*

Форма подготовки (очная/заочная)

**Владивосток  
2018**



## Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1 Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Знает	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики
	Умеет	анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах
	Владеет	методами исследования фундаментальной и прикладной математики; современными информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики
ПК-1 Способность разрабатывать непрерывные математические модели решаемых научных проблем и задач	Знает	теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности задач для дифференциальных уравнений	Знает	методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач
	Умеет	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач
	Владеет	современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач
ПК-3 Способность к анализу задач оптимального управления и созданию алгоритмов их решения	Знает	теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач
ПК-4 Способность использовать	Знает	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с

современные методы обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий		применением компьютерных технологий
	Умеет	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	Владеет	навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
ПК-5 Способность профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	Знает	требования оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
	Умеет	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций
	Владеет	навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
УК-1 Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	Знает	
	Умеет	
	Владеет	

3 семестр						
№ п / п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды, наименование и этапы формирования компетенций		Оценочные средства		
				текущий контроль	промежуточная аттестация	
1	Раздел 1. Введение, основная терминология и математические основы теории катастроф	ОПК-1 ПК-1, ПК-2, ПК-3		Знает	УО-1 Собеседование; контрольная работа	Зачет, вопросы 1-14

2	Раздел 2. Версальные деформации функций и классификация основных катастроф	ОПК-1 ПК-1, ПК-5	Знает Умеет Владеет	Собеседование; Контрольная работа	Зачет, вопросы 15-31
3	Раздел 3. Версальные деформации функций и классификация основных катастроф	ОПК-1; ПК-4; УК-1	Умеет Владеет	Собеседование; доклад	Зачет, вопросы 32-48

### Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ОПК-1 Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	знает (пороговый уровень)	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики	владение методами исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики	способность владения методами исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики
	умеет (продвинутый)	анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах	умение анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах	способность анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах
	владеет (высокий)	методами исследования фундаментальной и прикладной математики; современными информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики	успешное и систематическое применение методов исследования фундаментальной и прикладной математики; современных информационно-коммуникационных технологий в области математики и механики	способность применения методов исследования фундаментальной и прикладной математики; современных информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики

ПК-1 Способность разрабатывать непрерывные математические модели решаемых научных проблем и задач	знает (пороговый уровень)	теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач	владение теоретическими основами и методами решения дифференциальных уравнений и обобщенных краевых задач	способность владения теоретическими основами и методами решения дифференциальных уравнений и обобщенных краевых задач
	умеет (продвинутый)	создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	умение создавать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	способность создавать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	владеет (высокий)	современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения дифференциальных уравнений, основных численных методов решения краевых задач	способность применения методов решения дифференциальных уравнений, основных численных методов решения краевых задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности задач для дифференциальных уравнений	знает (пороговый уровень)	методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач	владение методами исследования корректности задач оптимального управления, методах решения некорректных задач	способность владения методами исследования корректности задач оптимального управления, методах решения некорректных задач
	умеет (продвинутый)	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач	умение разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач	способность разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач

	владеет (высокий)	современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения некорректных краевых задач	способность применения методов решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения некорректных краевых задач
ПК-3 Способность к анализу задач оптимального управления и созданию алгоритмов их решения	знает (пороговый уровень)	теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач	владение теоретическими основами и методами построения динамических систем и оптимального управления, методами решения обобщенных краевых задач	способность владения теоретическими основами и методами построения динамических систем и оптимального управления, методами решения обобщенных краевых задач
	умеет (продвинутый)	создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	умение создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	способность создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	владеет (высокий)	современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения краевых задач	способность применения методов решения задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения краевых задач

ПК-4 Способность использовать современные методы обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	знает (пороговый уровень)	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	владение стратегиями применения методов обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	способность владения стратегиями применения методов обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
	умеет (продвинутый)	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий	умение создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий	способность создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	владеет (высокий)	навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	успешное и систематическое владение современными программными продуктами для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	способность владения современными программными продуктами для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
ПК-5 Способность профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	знает (пороговый уровень)	требования оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	владение навыками оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	способность оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
	умеет (продвинутый)	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	профессиональное умение излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	способность излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций

презентаций		презентаций	презентаций	
	владеет (высокий)	навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	успешное и систематическое владение навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	способность владения навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
УК-1 Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	знает (пороговый уровень)			
	умеет (продвинутый)			
	владеет (высокий)			

### Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы для подготовки к зачёту по дисциплине «Теория катастроф»

1. Краткое историческое введение в теорию катастроф. Элементы новой терминологии.
2. Локальные диффеоморфизмы и теорема об обратной функции. Ранг и вырожденность отображений.
3. Особые точки дифференцируемых отображений в конечномерных пространствах.
4. Регулярные и критические значения функций.
5. Понятие гладкого конечномерного подмногообразия.
6. Формулировки теорем об обратных и неявных функциях.
7. Теорема Сарда о множестве нерегулярных значений.
8. Касательные вектора, отображения и пространства.
9. Машина катастроф Постона - модель параболической качалки.
10. Исследование модели качалки, построение поверхности катастрофы и её бифуркационного множества в пространстве параметров управления.
11. Модели физического процесса "Качалки"
12. Машина катастроф Зимана, описание и исследование модели вблизи особенностей, использование усечённого ряда Тейлора.
13. Построение бифуркационной полукубической параболы.
14. Гистерезисы в схемах катастроф, пример модели "пила".
15. Эквивалентность и структурная устойчивость функций и их параметрических семейств.
16. Типичность особенностей и вырожденностей в семействах.
17. Смысл и примеры структурной неустойчивости. Геометрия структурных неустойчивостей.
18. Классическая лемма Морса об эквивалентности функции в окрестности невырожденной особой точки квадратичной форме.
19. Леммы Морса о расщеплении вырожденных функций и приведении их к канонической форме.
20. Алгоритм расщепления функций и семейств в особой точке, вырожденности, примеры.
21. К-определённость функций в одномерном случае.
22. Пространства К-струй; орбиты действия групп Ли преобразований струй; касательные пространства.
23. Геометрические интерпретации орбит.
24. Инфинитиземальные преобразования струй, алгебраические формулы преобразований.
25. Конечная определенность функции в точке.
26. Геометрия конечной определенности в основных пространствах К-струй.
27. Теоремы о сильной и обычной определенности.
28. Градиентный идеал, формулы и вычисления.
29. Прием Сирсмы определения К-определённости для функций двух переменных.
30. Необходимые и достаточные условия для сильной и обычной определенности. Примеры.



31. Коразмерность и деформации.
32. Версальные и универсальные деформации.
33. Деформации и типы катастроф
34. Трансверсальность подпространств и подмногообразий.
35. Роль трансверсальности в построении универсальной деформации.
36. Теоремы и методы построения универсальных деформаций (метод Сирсмы, линейка Ньютона).
37. Классификация катастроф, теорема Тома
38. Каспоидные и омбилические катастрофы. Флаги свойства катастроф.
39. Канонические модели и геометрия каспоидных катастроф, многообразия и отображения катастрофы, бифуркационное и особое множества.
40. Различные карты катастроф, карты в пространстве струй.
41. Анализ катастрофы "сборка" Уитни.
42. Каноническая модель, геометрия многообразия, построение бифуркационного и особого множеств в катастрофах «ласточкин хвост» и «бабочка».
43. Расчёты уравнений в различных картах. Визуализация основных множеств катастроф и их проекций.
44. Примеры построения и анализа классических моделей природных, биологических и социальных процессов с катастрофическими явлениями.
45. Модель каустики на поверхности сосуда с жидкостью.
46. Моделирование эффекта радуги.
47. Скачки численности биологических сообществ.
48. Спекулятивные модели социального поведения и психологических состояний индивида в обществе.

## **Оценочные средства для текущего контроля**

### **Темы рефератов, докладов, сообщений по дисциплине «Теория катастроф»**

1. Структурная устойчивость в динамических и статических математических системах.
2. Трансверсальность в теории дифференцируемых отображений.
3. Структурная устойчивость функций и их семейств.
4. Методы определения конечной определенности функций в точке.
5. Построение версальных деформаций функций.
6. Каспоидные катастрофы.
7. Катастрофы и версальные деформации.
8. Различные карты в анализе катастроф.
9. Омбилические катастрофы.
10. Классические катастрофы в моделях природы.

11. Канонические катастрофы в моделях биологических, психологических и социально-экономических процессов.
12. Каустики в оптических процессах.
13. Орбиты в пространстве струй, порождаемые группами отображений.
14. Использование инфинитиземальных преобразований в пространстве струй для анализа орбит.

## **Вопросы для коллоквиумов, собеседований**

по дисциплине «Теория катастроф»

РАЗДЕЛ 1. Введение, основная терминология и математические основы теории катастроф.

1. Краткое историческое введение в теорию катастроф. Элементы новой терминологии.
2. Локальные диффеоморфизмы и теорема об обратной функции. Ранг и вырожденность отображений.
3. Особые точки дифференцируемых отображений в конечномерных пространствах.
4. Регулярные и критические значения функций.
5. Понятие гладкого конечномерного подмногообразия.
6. Формулировки теорем об обратных и неявных функциях.
7. Теорема Сарда о множестве нерегулярных значений.
8. Касательные вектора, отображения и пространства.
9. Машина катастроф Постона - модель параболической качалки.
10. Исследование модели качалки, построение поверхности катастрофы и её бифуркационного множества в пространстве параметров управления.
11. Модели физического процесса "Качалки"
12. Машина катастроф Зимана, описание и исследование модели вблизи особенностей, использование усеченного ряда Тейлора.
13. Построение бифуркационной полукубической параболы.
14. Гистерезисы в схемах катастроф, пример модели "пила".

РАЗДЕЛ 2. Версальные деформации функций и классификация основных катастроф.

1. Эквивалентность и структурная устойчивость функций и их параметрических семейств.
2. Типичность особенностей и вырожденностей в семействах.
3. Смысл и примеры структурной неустойчивости. Геометрия структурных неустойчивостей.
4. Классическая лемма Морса об эквивалентности функции в окрестности невырожденной особой точки квадратичной форме.
5. Леммы Морса о расщеплении вырожденных функций и приведении их к канонической форме.

6. Алгоритм расщепления функций и семейств в особой точке, вырожденности, примеры.
7.  $K$ -определённость функций в одномерном случае.
8. Пространства  $K$ -струй; орбиты действия групп Ли преобразований струй; касательные пространства.
9. Геометрические интерпретации орбит.
10. Инфинитиземальные преобразования струй, алгебраические формулы преобразований.
11. Конечная определённость функции в точке.
12. Геометрия конечной определённости в основных пространствах  $K$ -струй.
13. Теоремы о сильной и обычной определённости.
14. Градиентный идеал, формулы и вычисления.
15. Прием Сирсмы определения  $K$ -определённости для функций двух переменных.
16. Необходимые и достаточные условия для сильной и обычной определённости. Примеры.

РАЗДЕЛ 3. Версальные деформации функций и классификация основных катастроф.

1. Коразмерность и деформации.
2. Версальные и универсальные деформации.
3. Деформации и типы катастроф
4. Трансверсальность подпространств и подмногообразий.
5. Роль трансверсальности в построении универсальной деформации.
6. Теоремы и методы построения универсальных деформаций (метод Сирсмы, линейка Ньютона).
7. Классификация катастроф, теорема Тома
8. Каспоидные и омбилические катастрофы. Флаги свойства катастроф.
9. Канонические модели и геометрия каспоидных катастроф, многообразия и отображения катастрофы, бифуркационное и особое множества.
10. Различные карты катастроф, карты в пространстве струй.
11. Анализ катастрофы "сборка" Уитни.
12. Каноническая модель, геометрия многообразия, построение бифуркационного и особого множеств в катастрофах «ласточкин хвост» и «бабочка».
13. Расчёты уравнений в различных картах. Визуализация основных множеств катастроф и их проекций.
14. Примеры построения и анализа классических моделей природных, биологических и социальных процессов с катастрофическими явлениями.
15. Модель каустики на поверхности сосуда с жидкостью.
16. Моделирование эффекта радуги.
17. Скачки численности биологических сообществ.
18. Спекулятивные модели социального поведения и психологических состояний индивида в обществе.

**Комплект заданий для контрольной работы**  
по дисциплине «Теория катастроф»

**Вариант 1.**

1. Найти производную отображения  $f$ , множество  $K$  его критических точек и критических значений  $f(K)$ , а также ранг отображения  $f$ .

$$f: R^3 \rightarrow R^4, (xy, e^{-y^2} \sin x, z \cos x, x^4 y^4).$$

2. Найти множество  $K^*$  вырожденных критических точек отображения.

$$f: R^3 \rightarrow R, w = xy - xz + yz$$

3. Найти множество  $K$  критической точки отображения и диффеоморфной заменой привести функцию к стандартному виду морсовского седла.

$$f = \frac{xy}{1 - xy}$$

4. Найти вырожденные критические точки  $K^*$  и расщепить в них функцию.

$$f = x^2 + 2xy + yz^2$$

5. Для данной функции  $f = x^4 + y^7$  выполнить следующие операции:

5.1 Найти число конечной определенности  $\sigma(f)$  или  $\sigma'(f)$ .

5.2 Определить коразмерность  $\text{codim}(f)$ .

5.3 Построить универсальную деформацию функции с использованием диаграммы Сирсмы.

6. Определить катастрофу, описываемую данной функцией в вырожденной критической точке, опираясь на вычисленные значения  $\text{corank}(f)$ ,  $\sigma^{(1)}(f)$ ,  $\text{codim}(f)$  и используя определитель катастроф.

$$f = x^4$$

**Вариант 2.**

1. Найти производную отображения  $f$ , множество  $K$  его критических точек и критических значений  $f(K)$ , а также ранг отображения  $f$ .

$$f: R \rightarrow R^2, (e^{-x^2} \sin x, 1 - \cos^2 x).$$

2. Найти множество  $K^*$  вырожденных критических точек отображения.

$$f: R^3 \rightarrow R, f = \sin x \sin y \sin z$$

3. Найти множество  $K$  критической точки отображения и диффеоморфной заменой привести функцию к стандартному виду морсовского седла.

$$f = \frac{e^x + e^{-x}}{1 + y^2}$$

4. Найти вырожденные критические точки  $K^*$  и расщепить в них функцию.

$$f = \sin^2 x \cos y - y^3 \cos 2z$$

5. Для данной функции  $f = x^3$  выполнить следующие операции:

5.1 Найти число конечной определенности  $\sigma(f)$  или  $\sigma'(f)$ .

5.2 Определить коразмерность  $\text{codim}(f)$ .

5.3 Построить универсальную деформацию функции с использованием диаграммы Сирсмы.

6. Определить катастрофу, описываемую данной функцией в вырожденной критической точке, опираясь на вычисленные значения  $\text{corank}(f)$ ,  $\sigma^{(1)}(f)$ ,  $\text{codim}(f)$  и используя определитель катастрофы.

$$f = x^5$$

### Вариант 3.

1. Найти производную отображения  $f$ , множество  $K$  его критических точек и критических значений  $f(K)$ , а также ранг отображения  $f$ .

$$f : R \rightarrow R^2, (\sin x e^{-x^4}, 1 - \cos^2 x).$$

2. Найти множество  $K^*$  вырожденных критических точек отображения.

$$f : R^2 \rightarrow R, f = \sin x \sin y$$

3. Найти множество  $K$  критической точки отображения и диффеоморфной заменой привести функцию к стандартному виду морсовского седла.

$$f = x + \frac{\cos y}{1 + x}$$

4. Найти вырожденные критические точки  $K^*$  и расщепить в них функцию.

$$f = e - x^2(x^2 + \sin^2 y) + 2 \cos y(z^4 + 1)$$

5. Для данной функции  $f = x^4 + y^4$  выполнить следующие операции:

5.1 Найти число конечной определенности  $\sigma(f)$  или  $\sigma'(f)$ .

5.2 Определить коразмерность  $\text{codim}(f)$ .

5.3 Построить универсальную деформацию функции с использованием диаграммы Сирсмы.

6. Определить катастрофу, описываемую данной функцией в вырожденной критической точке, опираясь на вычисленные значения  $\text{corank}(f)$ ,  $\sigma^{(1)}(f)$ ,  $\text{codim}(f)$  и используя определитель катастроф.

$$f = x^6$$

#### Вариант 4.

1. Найти производную отображения  $f$ , множество  $K$  его критических точек и критических значений  $f(K)$ , а также ранг отображения  $f$ .

$$f: R^4 \rightarrow R^4, (y \ln(1+x^2), x \ln(1+y^2), x^2 - y^2, x^5 y^5).$$

2. Найти множество  $K^*$  вырожденных критических точек отображения.

$$f: R^2 \rightarrow R, f = \sin^2 x \sin y$$

3. Найти множество  $K$  критической точки отображения и диффеоморфной заменой привести функцию к стандартному виду морсовского седла.

$$f = x + \frac{\cos y}{1 + \cos x}$$

4. Найти вырожденные критические точки  $K^*$  и расщепить в них функцию.

$$f = x \left( \frac{x}{2} + \sin^3 y \right) e^{-z^3}$$

5. Для данной функции  $f = x^3 y$  выполнить следующие операции:

5.1 Найти число конечной определенности  $\sigma(f)$  или  $\sigma'(f)$ .

5.2 Определить коразмерность  $\text{codim}(f)$ .

5.3 Построить универсальную деформацию функции с использованием диаграммы Сирсмы.

6. Определить катастрофу, описываемую данной функцией в вырожденной критической точке, опираясь на вычисленные значения  $\text{corank}(f)$ ,  $\sigma^{(1)}(f)$ ,  $\text{codim}(f)$  и используя определитель катастроф.

$$f = x^7$$

#### Вариант 5.

1. Найти производную отображения  $f$ , множество  $K$  его критических точек и критических значений  $f(K)$ , а также ранг отображения  $f$ .

$$f: R^5 \rightarrow R^2, (xy + zy + v, xyzuv).$$

2. Найти множество  $K^*$  вырожденных критических точек отображения.

$$f: R^3 \rightarrow R, f = x^2 y - z^2 \sin^2 x \cos y$$

3. Найти множество  $K$  критической точки отображения и диффеоморфной заменой привести функцию к стандартному виду морсовского седла.

$$f = \frac{xy}{1 - xy}$$

4. Найти вырожденные критические точки  $K^*$  и расщепить в них функцию.  
 $f = (xy - z^3)(1 - t^2) + xz$

5. Для данной функции  $f = x^5 + y^5$  выполнить следующие операции:

5.1 Найти число конечной определенности  $\sigma(f)$  или  $\sigma'(f)$ .

5.2 Определить коразмерность  $\text{codim}(f)$ .

5.3 Построить универсальную деформацию функции с использованием диаграммы Сирсмы.

6. Определить катастрофу, описываемую данной функцией в вырожденной критической точке, опираясь на вычисленные значения  $\text{corank}(f)$ ,  $\sigma^{(1)}(f)$ ,  $\text{codim}(f)$  и используя определитель катастроф.

$$f = x^2 y + y^4$$